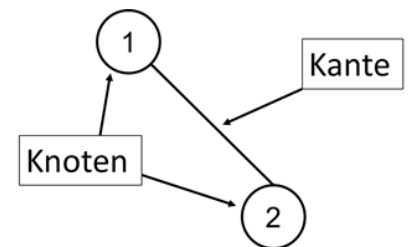


## L3\_4 Dynamische Datenstrukturen: Baum

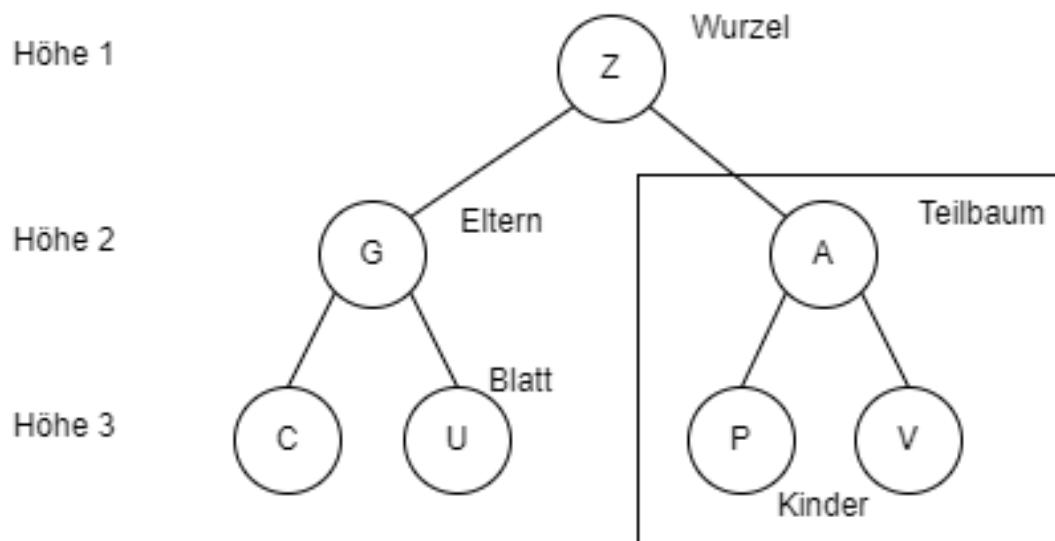
Ein Baum ist eine Datenstruktur zur Organisation und Speicherung von Daten. Ein Baum besteht aus beliebig vielen Knoten. Zwei Knoten werden durch eine Kante verbunden.

In dem abgebildeten Beispiel werden die Knoten 1 und Knoten 2 durch eine Kante verbunden. Es handelt sich um einen Baum, wenn es zwischen zwei beliebig wählbaren Knoten nur einen Weg gibt.



### Bestandteile eines Baums

Wurzel	Der Knoten, der keine Eltern hat, wird als Wurzel bezeichnet (= oberster Knoten in einem Baum).
Eltern	Ist der Vorgänger eines bestimmten Knotens.
Kind	Ein Kind ist der Nachfolger eines bestimmten Knotens.
Blatt	Knoten, die keine Kinder haben, werden als Blätter bezeichnet (= unterste Knoten).
Teilbaum	Knoten mit all ihren Nachfolgern (direkte und indirekte) werden als Teilbaum bezeichnet.
Höhe	Ist die Länge des Pfades von der Wurzel zu einem Knoten. Hierbei ist die Anzahl der Knoten ausschlaggebend, die auf dem Weg vom Knoten bis zur Wurzel sind.

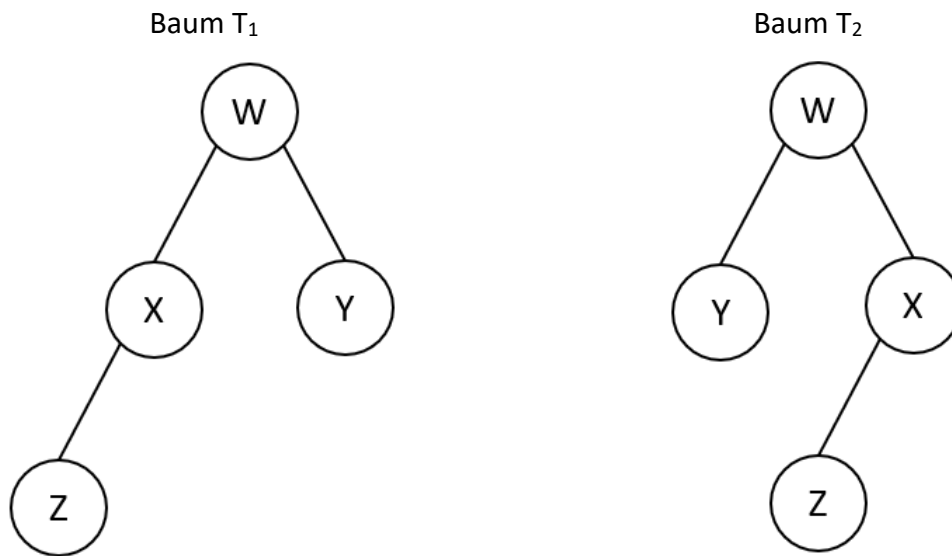


Bei vielen Bäumen spielt die **Anordnung** ihrer Knoten bzw. Teilbäume eine Rolle. Die Bäume heißen dann **geordnet**.

Anmerkung: Um zu bestimmen, ob ein Baum geordnet ist, muss die Art der Ordnung (*Ordnungsrelation* wie z.B. von A bis Z, von Z bis A, Zahlen aufsteigend, Zahlen absteigend, ...) ebenfalls angegeben sein. Denn aus der Visualisierung eines einzigen Baums sind Fragen nach der Ordnung nicht beantwortbar.

**Frage:**

Die folgenden Bäume sind **geordnet**. Kann zwischen ihnen unterschieden werden oder sind sie gleich?



**Antwort:**

Ja, sie können unterschieden werden, da für den Baum  $T_1$  das linke Kind von W den Inhalt X hat und für den Baum  $T_2$  das rechte Kind von W.

**Anwendungsbeispiele von Bäumen**

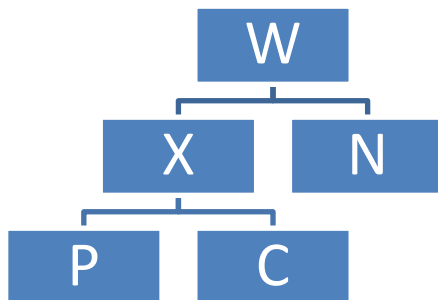
- KO-System bei der Fußball Weltmeisterschaft.
- Organigramm in Unternehmen.
- Dateistruktur im Rechner.
- Zentrales Konzept einer hierarchischen Strukturierung von Informationen, z.B. Entscheidungsbäume.

## Binärbaum

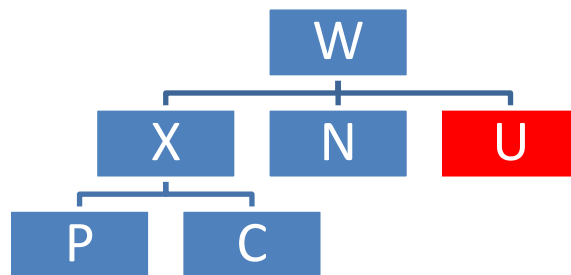
Ein Baum ist ein Binärbaum, wenn

- alle Knoten maximal zwei Kinder haben
- zwischen dem linken und dem rechten Teilbaum unterschieden wird („geordnet“)

**Binärbaum**



**Kein Binärbaum**



Anmerkung: Die Datenstruktur Binärbaum kann auch leer sein. Siehe hierzu:  
D. Knuth, Art of Computer Programming, Volume 1 (Fundamental Algorithms), 1997, Seite 312

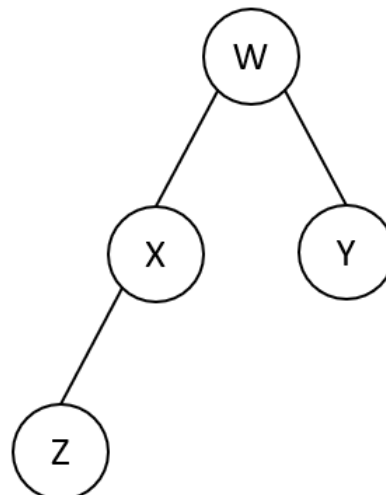
## Schreibweise

Bäume können auch mit Hilfe einer tabellarischen Form beschrieben werden. Hierzu muss für jeden Knoten der Index (in der Regel eine laufende Nummer), der Inhalt des Knotens, das linke Kind und das rechte Kind angegeben werden. Hat ein Knoten keine Kinder, so wird NULL geschrieben.

**Tabellarische Darstellung**

Index	Inhalt	Linkes Kind	Rechtes Kind
0	W	1	2
1	X	3	NULL
2	Y	NULL	NULL
3	Z	NULL	NULL

**Grafische Darstellung**

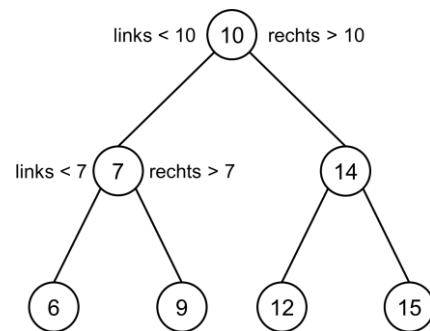


## Besondere Binärbäume

### SORTIERT („BINÄRER SUCHBAUM“)

Für jeden Knoten gilt:

- Der linke Teilbaum enthält nur Knoten, die kleiner sind als die Wurzel des Teilbaumes.
- Der rechte Teilbaum enthält nur Knoten, die größer sind als die Wurzel des Teilbaumes.

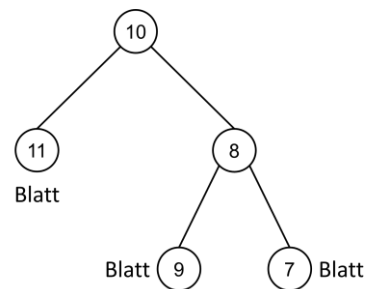


### VOLL

Jeder Knoten ist ein Blatt oder besitzt zwei Kinder.

*{11, 9, 7} sind Blätter.*

*{10, 8} besitzen zwei Kinder*



### VOLLSTÄNDIG

Der Baum ist voll und alle Blätter befinden sich auf der gleichen Höhe.

*Alle Blätter {55, 51, 78, 90} sind auf Höhe 3.*

